

汕头大学 2020 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 601

科目名称: 数学(理)

适用专业: 环境科学

考生须知

答案一律写在答题纸上, 答在
试题纸上的不得分! 请用黑色字迹
签字笔作答, 答题要写清题号, 不
必抄原题。

一、求解下列各题 (20 分)。

1. (5 分) 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.7, P(A - B) = 0.3$, 求 $P(\overline{AB})$ 。

2. (10 分) 设 $P(A) = a, P(B) = 0.3, P(\overline{A} \cup B) = 0.7$ 。

(1) 当事件 A 和 B 互不相容时, 求 a 的值。

(2) 当事件 A 和 B 相互独立时, 求 a 的值。

3. (5 分) 求常数 C 使得

$$P(X = k) = C \left(\frac{2}{3}\right)^k, k = 1, 2, 3, \dots$$

能成为随机变量 X 的分布列。

二. (30 分) 设 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{3}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其它。} \end{cases}$$

求 (1) X 的边缘概率密度函数 (2) Y 的边缘概率密度函数

(3) X 的数学期望与方差 (4) Y 的数学期望与方差

(5) X 与 Y 的协方差 (6) X 与 Y 的相关系数

三. (14 分) 袋中有 5 个乒乓球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5, 从中任取 3 个。以 X 表示取出的 3 个球中的最大编号, 求 $E(X)$ 和 $D(X)$ 。

四. (14 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为 $p_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ 。求随机变量 $Y = 1 - X^{1/3}$ 的概率密度函数。

汕头大学 2020 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

五. (12分) 假设总体 X 服从正态分布 $N(10, 4)$, X_1, X_2, \dots, X_8 是取自总体 X 的一个样本, \bar{X} 是样本均值, 求 $P(\bar{X} \geq 11)$.

六. (12分) 设总体 X 的概率密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

其中, $\theta > -1$ 是未知参数. X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本. 求参数 θ 的最大似然估计量.

七. (12分) 设某市犯罪青少年的年龄构成服从正态分布, 今随机地抽取 9 名罪犯, 其年龄如下: 22, 17, 19, 25, 25, 18, 16, 23, 24. 试用假设检验判断该市犯罪青少年的平均年龄是否为 18 岁 (显著性水平 $\alpha = 0.05$) ?

$$(t_{0.025}(8) = 2.31, t_{0.025}(9) = 2.26, t_{0.05}(8) = 1.86, t_{0.05}(9) = 1.83).$$

八. (12分) 设炮弹速度(单位: 米/秒) 服从正态分布, 取 9 发炮弹做试验, 得样本方差 $S^2 = 11$. 求炮弹速度方差 σ^2 的置信度为 90%的置信区间.

$$(\chi_{0.05}^2(8) = 15.51, \chi_{0.95}^2(8) = 2.733, \chi_{0.05}^2(9) = 16.92, \chi_{0.95}^2(9) = 3.325)$$

九. (16分) 设总体 X 的数学期望 $E(X)$, 方差 $D(X)$ 均存在, X_1, X_2, X_3 是 X 的一个样本.

(1) 证明 $f_1(X_1, X_2, X_3) = \frac{1}{5} X_1 + \frac{3}{10} X_2 + \frac{1}{2} X_3$ 和 $f_2(X_1, X_2, X_3) = \frac{1}{3} X_1 + \frac{1}{4} X_2 + \frac{5}{12} X_3$ 都是 $E(X)$ 的无偏估计量.

(2) 上述两个估计量, 哪一个更有效? 给出理由.

十. (8分) 试写出辛钦大数定律并证明样本均值 \bar{X} 是总体均值 μ 的一致估计量.

汕头大学 2020 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

附表 1. 标准正态分布表

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = P(X \leq x)$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.500 0	0.504 0	0.508 0	0.512 0	0.516 0	0.519 9	0.523 9	0.527 9	0.531 9	0.535 9
0.1	0.539 8	0.543 8	0.547 8	0.551 7	0.555 7	0.559 6	0.563 6	0.567 5	0.571 4	0.575 3
0.2	0.579 3	0.583 2	0.587 1	0.591 0	0.594 8	0.598 7	0.602 6	0.606 4	0.610 3	0.614 1
0.3	0.617 9	0.621 7	0.625 5	0.629 3	0.633 1	0.636 8	0.640 4	0.644 3	0.648 0	0.651 7
0.4	0.655 4	0.659 1	0.662 8	0.666 4	0.670 0	0.673 6	0.677 2	0.680 8	0.684 4	0.687 9
0.5	0.691 5	0.695 0	0.698 5	0.701 9	0.705 4	0.708 8	0.712 3	0.715 7	0.719 0	0.722 4
0.6	0.725 7	0.729 1	0.732 4	0.735 7	0.738 9	0.742 2	0.745 4	0.748 6	0.751 7	0.754 9
0.7	0.758 0	0.761 1	0.764 2	0.767 3	0.770 3	0.773 4	0.776 4	0.779 4	0.782 3	0.785 2
0.8	0.788 1	0.791 0	0.793 9	0.796 7	0.799 5	0.802 3	0.805 1	0.807 8	0.810 6	0.813 3
0.9	0.815 9	0.818 6	0.821 2	0.823 8	0.826 4	0.828 9	0.831 5	0.834 0	0.836 5	0.838 9
1.0	0.841 3	0.843 8	0.846 1	0.848 5	0.850 8	0.853 1	0.855 4	0.857 7	0.859 9	0.862 1
1.1	0.864 3	0.866 5	0.868 6	0.870 8	0.872 9	0.874 9	0.877 0	0.879 0	0.881 0	0.883 0
1.2	0.884 9	0.886 9	0.888 8	0.890 7	0.892 5	0.894 4	0.896 2	0.898 0	0.899 7	0.901 5
1.3	0.903 2	0.904 9	0.906 6	0.908 2	0.909 9	0.911 5	0.913 1	0.914 7	0.916 2	0.917 7
1.4	0.919 2	0.920 7	0.922 2	0.923 6	0.925 1	0.926 5	0.927 9	0.929 2	0.930 6	0.931 9
1.5	0.933 2	0.934 5	0.935 7	0.937 0	0.938 2	0.939 4	0.940 6	0.941 8	0.943 0	0.944 1
1.6	0.945 2	0.946 3	0.947 4	0.948 4	0.949 5	0.950 5	0.951 5	0.952 5	0.953 5	0.953 5
1.7	0.955 4	0.956 4	0.957 3	0.958 2	0.959 1	0.959 9	0.960 8	0.961 6	0.962 5	0.963 3
1.8	0.964 1	0.964 8	0.965 6	0.966 4	0.967 2	0.967 8	0.968 6	0.969 3	0.970 0	0.970 6
1.9	0.971 3	0.971 9	0.972 6	0.973 2	0.973 8	0.974 4	0.975 0	0.975 6	0.976 2	0.976 7
2.0	0.977 2	0.977 8	0.978 3	0.978 8	0.979 3	0.979 8	0.980 3	0.980 8	0.981 2	0.981 7
2.1	0.982 1	0.982 6	0.983 0	0.983 4	0.983 8	0.984 2	0.984 6	0.985 0	0.985 4	0.985 7
2.2	0.986 1	0.986 4	0.986 8	0.987 1	0.987 4	0.987 8	0.988 1	0.988 4	0.988 7	0.989 0
2.3	0.989 3	0.989 6	0.989 8	0.990 1	0.990 4	0.990 6	0.990 9	0.991 1	0.991 3	0.991 6
2.4	0.991 8	0.992 0	0.992 2	0.992 5	0.992 7	0.992 9	0.993 1	0.993 2	0.993 4	0.993 6
2.5	0.993 8	0.994 0	0.994 1	0.994 3	0.994 5	0.994 6	0.994 8	0.994 9	0.995 1	0.995 2
2.6	0.995 3	0.995 5	0.995 6	0.995 7	0.995 9	0.996 0	0.996 1	0.996 2	0.996 3	0.996 4
2.7	0.996 5	0.996 6	0.996 7	0.996 8	0.996 9	0.997 0	0.997 1	0.997 2	0.997 3	0.997 4
2.8	0.997 4	0.997 5	0.997 6	0.997 7	0.997 7	0.997 8	0.997 9	0.997 9	0.998 0	0.998 1
2.9	0.998 1	0.998 2	0.998 2	0.998 3	0.998 4	0.998 4	0.998 5	0.998 5	0.998 6	0.998 6